

Ma trận vuông cấp n  $M_{ij}$  là ma trận A bỏ dòng i cột j

$$|A| = (-1)^{i+1} \cdot a_{1j} \cdot \det M_{1j} + (-1)^{i+2} \cdot a_{12} \cdot \det M_{12} + \dots$$

↪ theo hàng Lấy từng pt của 1 hàng/cột nhân det phần bù  
Nếu  $(i+j)$  chẵn → cộng ; lẻ → trừ

$$|A| = (-1)^{i+1} \cdot a_{1j} \cdot \det M_{1j} + (-1)^{j+2} \cdot a_{2j} \cdot \det M_{2j} + \dots$$

↪ theo dòng

Quy tắc  
Sarius  
(3x3)



$A \cdot X = B$  Phương pháp Cramer

$A_j$  : thay cột j = cột B  $\rightarrow$  giải hệ PTTT

+  $\det A \neq 0 \rightarrow$  hệ có n. duy nhất  $x_j = \frac{\det A_j}{\det A}$

+  $\begin{cases} \det A = 0 \\ \det A_j \neq 0 \end{cases} \rightarrow$  hệ vô nghiệm

+  $\begin{cases} \det A = 0 \\ \det A_j = 0 \end{cases} \rightarrow$  Dùng Gauss

Thuật toán Gauss  $\rightarrow$  giải hệ PTTT

A : hế số của hệ pt ; B : hế số tự do

• Lập  $\bar{A} = [A|B]$

• Biến đổi số cấp trên dòng  $\bar{A}$   
 $\rightarrow$  đưa A về ma trận bậc thang

• Giải hệ từ dưới lên  $\rightarrow$  nghiệm

Note: nghiệm của hệ PTTT là một bộ n số

Cách 2: Chuyển hệ PTTT về dạng

$$A \cdot X = B \rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

ĐK: { A là ma trận vuông  
tồn tại  $A^{-1}$  }

Tính chất  $+ \det A^T = \det A$

+ Đổi chỗ dòng (cột)  $\rightarrow$  det đổi dấu

+ Nhân 1 dòng (cột) với  $k \neq 0$

$$\rightarrow \det' = k \cdot \det$$

+ Cộng k lần dòng i vào dòng j

$$|A| = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{31}a_{23} - a_{13}a_{21}a_{32} \dots$$

ĐỊNH det A

THỰC hay |A|

$\rightarrow$  det ko đổi

+ Ma trận có 2 dòng/cột tỉ lệ

$$\rightarrow \det = 0$$

MA TRẦN

# ma trận

$m \times n \rightarrow m$  dòng,  $n$  cột

HỆ PHƯƠNG TRÌNH  
TUYỀN TÍNH

Phương trình ma trận

$$+ A \cdot X = B \rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$+ X \cdot A = B \rightarrow X = B \cdot A^{-1}$$

$$+ A \cdot X \cdot C = B \rightarrow X = A^{-1} \cdot B \cdot C^{-1}$$

Tính lý Kronecker - Capelli

Hệ PTTT hay hệ  $A \cdot X = B$   
có nghiệm khi và chỉ khi

$$r(\bar{A}) = r(A)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot C^T$$

MA TRẦN  
NGHỊCH ĐÀO

A là ma trận vuông cấp n

$$A \cdot B = B \cdot A = I_n$$

$\rightarrow$  ma trận nghịch đảo

Thuật toán Gauss - Jordan

$\rightarrow$  tìm MTND

• Lập  $(A|I_n)$

• Biến đổi số cấp trên dòng

$\rightarrow A$  thành  $I_n$

$I_n$  thành  $A^{-1}$

Tính chất  $A^{-1}$  là duy nhất

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

(\* phải ghi đúng thứ tự)

Các phép toán

+ Cộng 2 ma trận cùng cơ : ptu tương ứng cộng

+ Ma trận chuyển vị : hàng  $\leftrightarrow$  cột  $A^T$

+ Nhân [số  $\times$  ma trận : nhân từng ptu với số  
ma trận  $\times$  ma trận :  $A \cdot B$

ĐK : số cột của A = số dòng của B

$$A \cdot B = C = (c_{ij})_{m \times n} \quad \{ A: m \times p; B: p \times n \}$$

$$c_{ij} = a_{11}b_{1j} + a_{12}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj}$$

+ Luỹ thừa : bậc k của ma trận A :  $A^k$   
xác định = pp quy nạp.

Biến đổi số cấp trên dòng (BDSTD)

+ Nhân 1 hàng với 1 số

+ Cộng a lần hàng i vào hàng j

+ Đổi chỗ 2 hàng

Ma trận đơn vị  $I_n$

$$\text{VD: } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \rightarrow n: \text{bậc của ma trận} \\ \rightarrow n = 3 \end{array}$$

MA TRẦN BẬC THANG

$$\text{VD: } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

HẠNG ma trận =  $r(A) =$  số dòng  $\neq 0$

Cho B  $\xrightarrow{\text{BDSTD}}$  MTBT  $\rightarrow$  hạng

GIỚI HẠN :  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = L$

$f(x,y) \rightarrow L_1$  khi  $(x,y) \rightarrow (a,b)$  theo đường  $C_1$   
 $f(x,y) \rightarrow L_2$  khi  $(x,y) \rightarrow (a,b)$  theo đường  $C_2$

$$L_1 \neq L_2$$

$\rightarrow \lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y)$  không tồn tại

Note:  $L_1 = L_2$  : ko két luận

ĐL kép:  $g(x,y) \leq f(x,y) \leq h(x,y)$

$$\lim g = \lim h = a$$

$$\rightarrow \lim f(x,y) = a$$

## ĐẠO HÀM

### VI PHÂN

VI PHÂN TOÀN PHÂN  $f(x,y)$  có đạo hàm riêng liên tục

$$\hookrightarrow f'_x dx + f'_y dy$$

VI PHÂN CẤP HAI: vi phân của vi phân toàn phần

$$d^2z = z'_{xx} d^2x + 2z'_{xy} dx \cdot dy + z'_{yy} dy^2$$

TÍNH GẦN ĐÚNG: xét hàm 2 biến  $f(x,y)$  khả vi tại  $(x_0, y_0)$

$$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) \approx f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \Delta x + f'_y(x_0, y_0) \Delta y$$

### BÀI TOÁN TỐI ƯU KHÔNG RĂNG BUỘC

Điểm cực trị: Trình bày:  $f$  xác định trên  $\mathbb{R}^2$  (1)

•  $z = f(x,y)$  khả vi đến cấp 2

•  $(a,b)$  là điểm dừng (đạo hàm riêng cấp 1 = 0) (2)

•  $A = f'_{xx}(a,b)$ ;  $B = f'_{xy}(a,b)$ ;  $C = f'_{yy}(a,b)$  (3)

$$\Delta = A \cdot C - B^2$$

### LIÊN TỤC

Hàm  $f(x,y)$  liên tục tại  $N(a,b)$  nếu

+  $f(x,y)$  xác định tại  $N$

+  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y)$  tồn tại

+  $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = f(a,b)$

hoặc

$\lim_{(\Delta x, \Delta y) \rightarrow (0,0)} f(a + \Delta x, b + \Delta y) = f(a,b)$

# đạo hàm vì phân

### HÀM NHIỀU BIỂN CHƯƠNG 2

$\Delta > 0, A > 0$ : cực tiểu địa phương

$\Delta > 0, A < 0$ : cực đại địa phương

$\Delta < 0$ : điểm yếng giữa

$\Delta = 0$ : ko có két luận

Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với  $z = f(x,y)$  tại điểm  $P(x_0, y_0, z_0)$  có dạng

$$z - z_0 = f'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f'_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

ĐẠO HÀM RIÊNG CẤP HAI: đạo hàm riêng của đạo hàm riêng cấp 1.  $f'_{xx}$   $f'_{yy}$   $f'_{yx}$   $f'_{xy}$

### ĐẠO HÀM HÀM HỢP

TH1:  $z = f(x,y)$ ;  $x = x(t)$ ;  $y = y(t)$

$$z'(t) = z'_x \cdot x'(t) + z'_y \cdot y'(t)$$

TH2:  $z = f(x,y)$ ;  $x = x(t,s)$ ;  $y = y(t,s)$

$$z'_t = z'_x \cdot x'_t + z'_y \cdot y'_t$$

$$z'_s = z'_x \cdot x'_s + z'_y \cdot y'_s$$

### ĐẠO HÀM HÀM ÂN

TH1:  $F(x,y) = 0$ ;  $y$  là hàm ân của  $x$

$$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y}$$

TH2:  $F(x,y,z) = 0$ ;  $z$  là hàm ân của  $x, y$

$$z'_x = -\frac{F'_x}{F'_z}; \quad z'_y = -\frac{F'_y}{F'_z}$$

### BTTU CÓ RĂNG BUỘC $\varphi(x,y) = 0$ GTLN - GTNN

• Tìm điểm dừng  $\rightarrow f$

• Tìm trên biên  $\rightarrow f$

• Chọn GTLN - GTNN  
trong các  $f$  tính được

B1: Lập hàm Lagrange

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda \cdot \varphi(x, y)$$

B2: Giải hệ tìm điểm dừng

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ L'_\lambda = 0 = \varphi(x, y) \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} (\varphi'_x + \varphi'_y = 0) \\ (dx^2 + dy^2 \neq 0) \end{array} \right\}$$

$$\underline{\text{B3}}: d^2L = L'_{xx} + 2L'_{xy} + L'_{yy} \quad \text{thay đổi theo } dx$$

# phương trình vi phân

PT chứa đạo hàm hay vi phân của một hoặc một vài hàm cần tìm

**NHẬM:**

- + n. tổng quát
- + n. riêng
- + n. kì dị

## PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN TÁCH BIỂN

$$f(x)dx + g(y)dy = 0$$

Cách giải: Tích phân 2 vế  $\rightarrow \int f(x)dx + \int g(y)dy = C$

Dạng 1:  $f_1(x)g_1(y)dx + f_2(x)g_2(y)dy = 0$

- Nếu  $g_1(y) = 0$  tại  $y = b \rightarrow y = b$  là 1 no
- Nếu  $f_2(x) = 0$  tại  $x = a \rightarrow x = a$  là 1 no
- Nếu  $f_2(x).g_1(y) \neq 0 \rightarrow$  chia 2 vế cho  $f_2(x).g_1(y)$

$\rightarrow$  Pt tách biến  $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}dx + \frac{g_2(y)}{g_1(y)}dy = 0$

Dạng 2:  $y' = f(ax + by + c), b \neq 0, a \neq 0$

Đặt  $u = ax + by + c \rightarrow u' = a + by'$  (đạo hàm  
 $u' - a = b.f(u) \quad u' = a + b.f(u)$  theo  $x$ )

- Nếu  $a + b.f(u) = 0 \rightarrow$  giải tìm  $u \rightarrow$  kiểm tra no
- Nếu  $a + b.f(u) \neq 0 \rightarrow$  chia 2 vế cho  $a + b.f(u)$

$\Rightarrow \frac{du}{a + b.f(u)} = dx \rightarrow$  phương trình tách biến  
 (biến  $u$  và biến  $x$ )

DẠNG TỔNG QUÁT

$$F(x, y, y') = 0 \xrightarrow{\text{giải}} y' = \varphi(x, y)$$

$$\cdot \int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$$

$$\cdot \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$$

## PT VI PHÂN TUYẾN TÍNH C1

$$y' + p(x)y = q(x)$$

$$y = e^{-\int p(x)dx} \left[ \int q(x) \cdot e^{\int p(x)dx} dx + C \right]$$

## NGUYỄN HÀM

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad \begin{matrix} u \\ \downarrow \\ \text{nhân } \frac{1}{u} \end{matrix}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

## ĐẠO HÀM

$u \rightarrow$  nhán  $u'$

- $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$
- $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- $(e^x)' = e^x$
- $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \rightarrow (\operatorname{arcot} x)' = -\dots$

# mid-term

## VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG 2

### LỰC TƯỞNG TÁC COULOMB (N)

giữa 2 điện tích điểm

$$\vec{F} = \frac{kq_1 q_2}{\epsilon r^2} \times \frac{\vec{r}}{r}$$

$$k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8,86 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

### ĐỊNH LÝ O-G

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q(s)}{\epsilon \cdot \epsilon_0} \quad (\text{câu trả lời} \rightarrow)$$

thông lượng điện trường qua S

### Ứng dụng BL

- Chọn mặt Gauss (kin) - (s)
- Tính  $\Phi_E$  qua S
- Tính  $\sum q$  chứa trong (s)
- Thay vào BL Gauss  $\rightarrow$  đại lượng cần tìm

### CÔNG LỨC TÍNH ĐIỆN

$$A_{MN} = q(V_M - V_N) = \frac{kq_1 q_2}{\epsilon} \left( \frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_N} \right)$$

$$(J) = \frac{kq_1 q_2}{\epsilon} \int_{r_M}^{r_N} \frac{dr}{r^2} = q \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

### VẬT DẪN

$$A_{MN} = W_{tM} - W_{tN}$$

Điện dung: (F)

- Vật dẫn cõi lập:  $C = \frac{q}{U}$
- Quả cầu BK R:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$
- Tụ điện phẳng:  $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$  (diện tích bản tụ) khoảng cách 2 bản

### Năng lượng (J)

- Hệ điện tích điểm:  $W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i$
- Vật dẫn:  $W = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{q^2}{2C}$

### VECTOR CƯỜNG ĐỘ ĐIỆN TRƯỜNG (V/m)

$$\cdot \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (\vec{F}: \text{lực điện trường tác dụng lên } q)$$

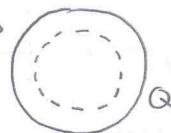
$q > 0: \vec{F} \parallel \vec{E}; q < 0: \vec{F} \parallel \vec{E}$

$$\cdot E = \frac{kq}{\epsilon r^2} \quad (\text{CDĐT gây ra bởi 1 điện tích điểm})$$

$$\cdot \vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (\text{CDĐT gây ra bởi hệ điện tích điểm})$$

$$d\vec{s} = S \cos \alpha$$

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q(s)}{\epsilon \cdot \epsilon_0} \quad (\text{góc giữa } \vec{E} \text{ và } \vec{n})$$



$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

(CDĐT gây ra bởi vật mang điện)

$$d\vec{E} = k \frac{dq}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\sum q(s) = Q \cdot \frac{V_{\text{gauss}}}{V_{\text{cầu}}}$$

$$dq = \rho dV = \sigma ds = \lambda dl$$

$\downarrow$   
MĐĐT  
khối

$\downarrow$   
MĐĐT  
mặt

$\downarrow$   
MĐĐT  
điền

### ĐIỆN THẾ (V)

$$V = \frac{kQ}{\epsilon r} + C \quad (1 \text{ điện tích điểm})$$

$$V = \sum V_i = \sum k \frac{Q_i}{\epsilon r_i} + C \quad (\text{hệ điện tích điểm})$$

$$V = \int_{\text{vật}} dV = \int_{\text{vật}} k \frac{dq}{\epsilon r} + C \quad (\text{vật tích điện})$$

### Hiệu điện thế

$$V_M - V_N = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{AMN}{q} = U_{MN}$$

### LIÊN HỆ V VÀ E

$$E = \frac{-dV}{dr}$$

$$\int_1^\infty -dV = -(V_\infty - V_1)$$

$$\rightarrow V_1 = \int_1^\infty E \cdot dr$$

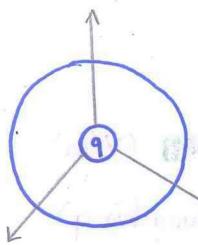
Khoảng cách từ tâm của vật điện điểm  
đang xét

$$\cdot \text{Tụ điện: } W = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{q^2}{2C}$$

$$\text{Thể năng: } W_t = \frac{kq_1 q_2}{\epsilon r_M} + C \quad (\text{TN của } q_2 \text{ trong điện trường } q_1)$$

$$W_t = qV$$

## ĐIỆN THÔNG

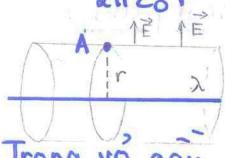


$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

## ĐIỆN TRƯỞNG (thêm)

### Sợi dây thẳng

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

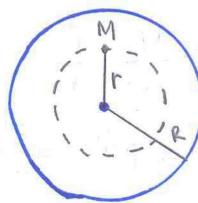


### Trong vỏ cầu

$$E = 0$$

### Trong khối cầu

$$\vec{E}_t = \frac{pr}{3\epsilon_0}$$



## VẬT DẪN ( $E = 0$ ) $\rightarrow$ E trong kim loại hay



vật dẫn (rỗng / đặc) đều = 0

nối đất  
 $\rightarrow V = 0$

### Điện tích chủ phân bố trên bề mặt

### Tụ điện phẳng

$$C = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}$$

### Tụ điện cầu ( $R_1 < R_2$ )

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 \epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

### Tụ điện tròn

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon H}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon H r}$$

$$R_1 < r < R_2$$

$$\int E dr = U$$

## REVIEW

$$\text{Diện tích hình tròn } S = \pi r^2$$

$$\text{Chu vi hình tròn } P = 2\pi r$$

$$\text{Diện tích mặt cầu } S = 4\pi r^2$$

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Diện tích hình trụ}$$

$$S = \frac{2\pi Rh}{S_{\text{tp}}} + \frac{2\pi r^2}{S_{\text{tp}}}$$

$$\text{Thể tích hình trụ :}$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$\cdot \text{Độ dài cung tròn}$$

$$L = \theta r \text{ (rad)}$$

$$\cdot \text{Diện tích cung tròn}$$

$$S = \frac{1}{2} \theta r^2 \text{ (rad)}$$

## NGUYỄN HÀM

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) \rightarrow \text{Đặt } t = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \rightarrow \text{Đặt } x = tant$$

$$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$$

$$\text{Tổng 2 vector : } \rightarrow 90^\circ : E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$E = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha$$

Ngoài khơi cầu

$$E = \frac{PR^3}{3\epsilon_0 \epsilon_0 r^2}$$

R : khơi cầu

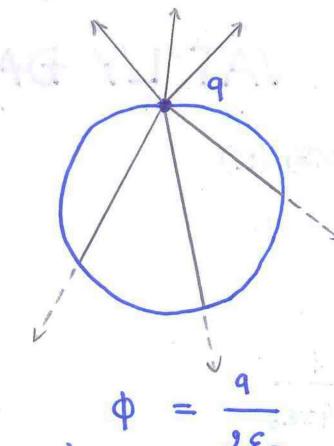
r : mặt Gauss

m : mili  $10^{-3}$

μ : micro  $10^{-6}$

n : nano  $10^{-9}$

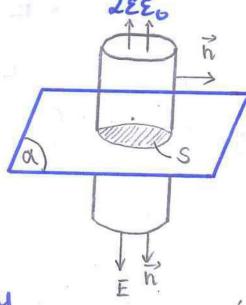
p : pico  $10^{-12}$



$$\phi = \frac{q}{2\epsilon_0}$$

### Mặt phẳng

$$\vec{E} = \frac{s}{2\epsilon_0} \vec{n}$$



tâm địa tròn ( $x = 0$ )

điểm tròn

$$E = \frac{|s|}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right)$$

### Vòng dây tròn

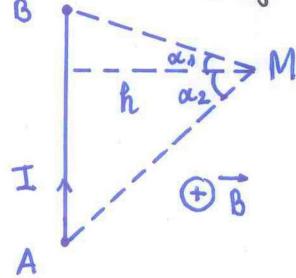
$$E = \frac{k|Q|z}{\epsilon(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

# Túi trướng

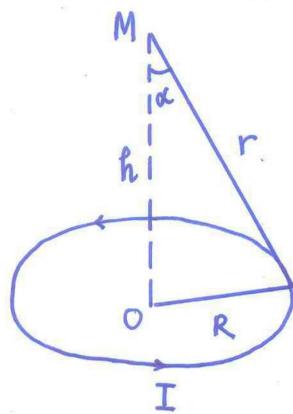
■ Vector cảm ứng từ  $\vec{B}$  (Tesla) - Quy tắc nắm tay phải

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi h} (\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2) + \text{Đồng điện vô hạn}$$

Đồng điện thẳng



$$B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}} \quad \text{Đồng điện tròn}$$



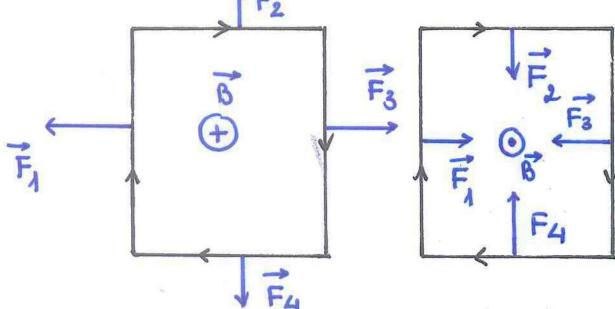
$$B = \mu\mu_0 nI = \mu\mu_0 \frac{N}{L} \cdot I \quad \text{trong lõng ống dây}$$

mật độ vòng dây      ↪ chiều dài ống  
(số vòng / mét)

■ Túi thông:  $d\phi = \vec{B} d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos\alpha$   
(Wb)

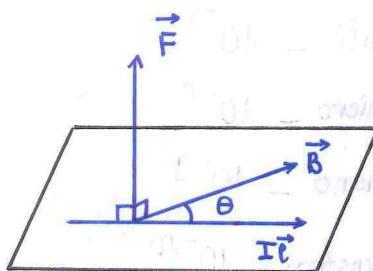
■ Lực từ:  $dF = B \cdot I \cdot dl \cdot \sin\theta$   
Quy tắc bắn tay trái:

Hai dòng điện thẳng song song



$$\begin{cases} I \perp \vec{B} : F = BIl \\ I \parallel \vec{B} : F = 0 \end{cases}$$

↪ cùng chiều → hút  
↪ ngược chiều → đẩy



Lực tương tác trên mỗi mét  
 $f = \frac{F}{l} = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

■ Lực Lorentz

$$F_L = Iql \cdot B \cdot v \cdot \sin\theta \quad \theta = (\vec{B}, \vec{v})$$

Điện tích  $\rightarrow$   $\oplus \rightarrow$  bắn tay trái  
 $\rightarrow \ominus \rightarrow$  bắn tay phải

Điện tích chuyển động trong từ trường đều

$$F_L = qvB = ma_{kt} = m \frac{v^2}{R}$$

+ Bán kính quỹ đạo:  $r = \frac{mv}{qB}$  + Chu kỳ quay:  $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

Công của lực từ:  $A = I \cdot \Delta \Phi_m$  (J)

Năng lượng từ trường  $W_m = \frac{1}{2} Li^2$

# Cảm ứng từ

Định luật Lenz  
→ chiều dòng điện cảm ứng

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_m \downarrow : \vec{B}_c \uparrow \uparrow \vec{B} \\ \phi_m \uparrow : \vec{B}_c \uparrow \downarrow \vec{B} \end{array} \right.$$

Suất điện động cảm ứng (V)

$$\xi = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Cường độ dòng điện cảm ứng (A)

$$I = \frac{\xi}{\Sigma R}$$

$$\xi = B \cdot v \cdot l (\sin \theta)$$

Thanh kim loại tĩnh tiến trong từ trường đều

Suất điện động từ cảm

$$\xi_{tc} = -L \frac{dI}{dt}; \text{ Hệ số từ cảm của ống dây } L = \frac{\Phi_m}{I}$$

ĐỔI ĐƠN VỊ

$$m - mili - 10^{-3}$$

$$\mu - micro - 10^{-6}$$

$$n - nano - 10^{-9}$$

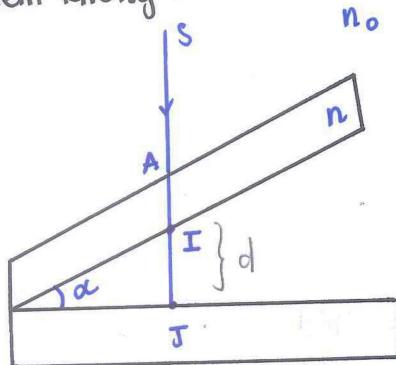
$$\AA - angstroem - 10^{-10}$$

$$p - pico - 10^{-12}$$



# giao thoa

## Ném không khí



• Hiệu quang lô:  $\Delta L = 2n_0 d + \frac{\lambda}{2}$

• ĐK cực đại giao thoa:  $\Delta L = k\lambda$

• ĐK cực tiểu giao thoa:  $\Delta L = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

• Vị trí xuất hiện vân

+ Tối:  $d = k\frac{\lambda}{2}; k = 0, 1, 2, \dots$

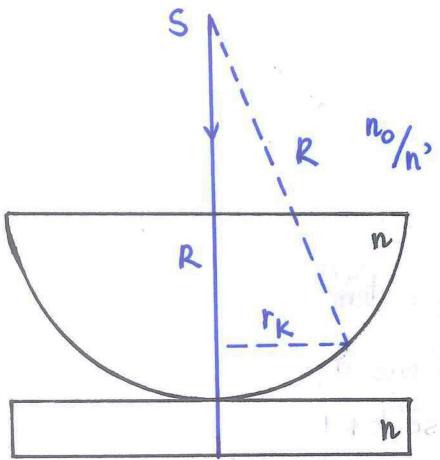
Note: cạnh ném

là vân tối, không có phần âm

+ Sáng:  $d = k\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4}; k = 1, 2, 3, \dots$  giữa 4 vân thí

• Khoảng vân  $\Delta x = \frac{k\lambda}{2\sin\alpha}; \sin\alpha = \frac{dk+1-dk}{\Delta x}$

## Vân tròn Newton



• Hiệu quang lô:  $\Delta L = 2n_0 d + \frac{\lambda}{2} / \Delta L = 2n_0 d - \frac{\lambda}{2}$

• Độ cao tại đó xuất hiện vân sáng:  $d = \frac{\lambda(2k-1)}{4n_0}; k = 1, 2, 3, \dots$

• Độ cao tại đó xuất hiện vân tối:  $d = \frac{k\lambda}{2n_0}; k = 0; 1; 2, \dots$

• Vị trí/bán kính vân:  $r_k^2 = 2Rd_k$

## VÂN GIAO THOA THỦ... vs BẬC GIAO THOA K

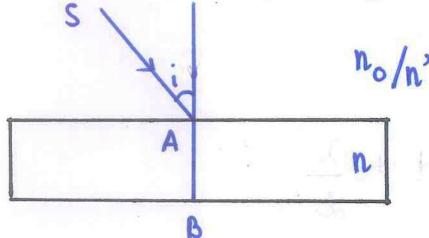
+ Ném không khí  
Vân tối: thứ = bậc  $k+1$  ( $k \geq 0$ ) ví dụ: vân tối thứ 3  
Vân sáng: thứ = bậc  $k$  ( $k \neq 0$ )  $\Rightarrow k = 2$

+ Ném thủy tinh  
vân tối: thứ = bậc  $k+2$  ( $k \geq -1$ )  
vân sáng: thứ = bậc  $k+1$  ( $k \geq 0$ )

+ Vân tròn Newton  
(trong kk)  
vân tối: thứ = bậc  $k$  ( $k \geq 0$ )  
vân sáng: thứ = bậc  $k$  ( $k > 0$ )

+ Vân tròn Newton  
(môi trường  $n > n'$ )  
vân tối: thứ = bậc  $k+1$  ( $k \geq -1$ )  $\rightarrow$  vân tối thứ 0:  $k = -1$   
vân sáng: thứ = bậc  $k+1$  ( $k \geq 0$ )

### Giao thoa bằng mỏng



Hiệu quang lố

$$n > n_0 : \Delta L = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$$

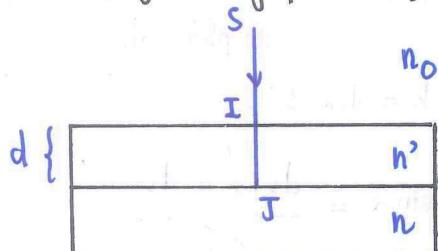
$$n < n' : \Delta L = 2d\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

Note: phản xạ trên mặt phân cách n nhỏ sang n lớn  
→ L tăng  $\frac{\lambda}{2}$

- Cực đại:  $\Delta L = k\lambda$

- Cực tiêu:  $\Delta L = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

### Màng chống phản xạ



Hiệu quang lố:  $\Delta L = 2n'd$

- Cực tiêu:  $\Delta L = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

- Cực đại:  $\Delta L = k\lambda$

Khả năng phản xạ nhỏ nhất tương ứng  $k=0$

# nhiều xa

### Nhiều xạ qua khe hẹp

- Cực đại:  $\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2b} (k = 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

- Cực tiêu:  $\sin\varphi = k\frac{\lambda}{b} (k = \pm 1, \pm 2, \dots)$

độ rộng khe hẹp

Note: đếm

+ Số cực đại

$$= sô' k + 1$$

↪ có trung tâm

+ số cực tiêu = số' k

$$\text{VD: } -2,5 \leq k \leq 3$$

→ có 5 cực đại, 5 cực tiêu

### Nhiều xạ qua cách tử

- Cực đại:  $\sin\varphi = k\frac{\lambda}{d} (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

chú ý cách tử

- Cực tiêu:  $\sin\varphi = k\frac{\lambda}{b}$

tổng số vạch/khe của cách tử

- Năng suất phân ly  $R = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} = N \cdot k$

$$n = \frac{1}{d}, \text{ số vạch/khe trên 1 đơn vị chiều dài}$$